

半拉格朗日、半隐式欧拉方程组 大气数值模式研究*

陈泽宇** 胡隐樵 言穆弘 高由禧

(中国科学院兰州高原大气物理研究所, 兰州 730000)

摘要 介绍了一个具有较高时间积分效率的三维弹性大气数值模式。其中, 控制方程为能够描述大气非静力及可压缩性的欧拉方程组, 时间积分采用了高效率的“半拉格朗日、半隐式”方案。通过引用一个简化的“云物理过程”参数化方案, 针对大气中深厚湿对流的若干问题进行了数值试验, 结果表明, 模式能够对该过程中的一些基本和复杂现象进行有效地模拟。试验结果还表明, 动力学框架具有很好的稳定性, 能够实现高效率的时间积分, 它还具有较好的频散特性, 保证了空间计算的精度, 从而完好地描述了风暴的形态。

关键词: 半拉格朗日; 半隐式; 欧拉方程组; 三维模式; 时间积分; 数值试验

1 引言

大气中的中小尺度运动具有非静力平衡和可压缩的性质, 其结构是三维的^[1~4], 相应数值模拟系统应为以欧拉方程组为基础的三维数值模式。

这样的模式中包含弹性波模(即声波), 因此又称其为“弹性模式”。由于声波过程具有“振幅不大, 频率极高^[5]”的特征, 因而限制了弹性模式的分辨率和时间步长。此外, 这类模式一般都包括复杂的物理过程^[6,7]。这不仅使得它们要耗费可观的计算时间和费用, 而且还会影响预报的“时效性”。因此, 时间积分效率是制约弹性模式发展及应用的一个主要因素, 而解决的直接方法就是在积分过程中使用高效率时间积分方案。

近年来, 利用高效率“半拉格朗日、半隐式”(Semi-Lagrangian Semi-Implicit, 简记为SLSI)时间积分方案^[8,9]对欧拉方程组进行积分的研究^[10~12]得到了发展。该方案综合了“准拉格朗日(quasi-Lagrangian)”方案^[13]具有克服非线性计算不稳定^[14]和“半隐式”方案具有克服线性计算不稳定的优点。在其核心内容, 即“半拉格朗日”平流方案中, 通过改进关于空间内插和轨迹起点的计算方案, 在克服“准拉格朗日”方案中存在内插计算不稳定的同时还保证了二阶时间精度。与显式方案相比, 利用SLSI方案对原始方程组进行积分时的时间积分效率可提高12倍^[15]。

针对当前该领域研究工作的发展及现状, 作者利用SLSI时间积分方案建立了一个以欧拉方程组为基础的三维大气数值模式。

1998-10-13 收到, 2000-01-18 收到第三次修改稿

* 国家自然科学基金资助项目 49835010

** 现为中国科学院大气物理研究所博士后, 地址: 北京市朝阳区德胜门外祁家豁子, 邮政编码 100029

2 模式的动力学框架

2.1 地形坐标系中的欧拉方程组和时间积分方案

考虑地形影响的“Gal-Chen 地形追随”坐标系 (x, y, ξ) 与局地坐标系 (X, Y, z) 之间的关系为

$$\begin{cases} \xi(X, Y, z) = \left[\frac{z - h_0(X, Y)}{H - h_0(X, Y)} \right] H, \\ \xi = \xi[\xi(X, Y, z)], \\ x = X, \\ y = Y, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $h_0(X, Y)$ 和 H 分别是地形和模式大气顶的海拔高度, 模式中 H 为一常数。以下简称 Gal-Chen 坐标系为 ξ 系。

ξ 系中适合运用 SLSI 方案进行积分的欧拉方程组的形式为

$$\begin{cases} \frac{DU}{Dt} + RT^* \frac{\partial q'^t}{\partial x} = \overline{R_U^{\text{raj}}}, \\ \frac{DV}{Dt} + RT^* \frac{\partial q'^t}{\partial y} = \overline{R_V^{\text{raj}}}, \\ \frac{Dw}{Dt} + RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'^t}{\partial \xi} - \frac{g}{T^*} \overline{T'^t} = \overline{R_w^{\text{raj}}}, \\ (1 - \alpha) \left[\frac{Dq'}{Dt} - \frac{g}{RT^*} \overline{w'^t} \right] + \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right]^t + \left(\frac{g_0}{G_0} \right) \frac{\partial (G_0 W_\xi)^t}{\partial \xi} = \overline{R_q^{\text{raj}}}, \\ \frac{D(T' - \alpha T^* q')}{Dt} + \frac{\alpha g}{R} \overline{w'^t} = \overline{R_T^{\text{raj}}}, \\ \overline{(G_0 W_\xi - w)^t} = - \overline{R_{W_\xi^{\text{raj}}}}. \end{cases} \quad (2)$$

方程组的左边保留了时间导数和按隐式方案进行计算的线性项, 其余项皆被移到右边并按显式方案进行计算。 U 、 V 、 w 、 W_ξ 、 q' 以及 T' 为预报变量, q^* 、 T^* 为等温且满足静力平衡的参考态。时间导数算子 D/Dt 与 ξ 系中时间全导数算子 d/dt 的关系为

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left\{ u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right\} + \mu W_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} + (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{D}{Dt} + (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad (3)$$

其中, $\mu = 0$ 表示仅在水平方向使用“半拉格朗日”方案计算平流过程, 本模式使用了这种方案。关于上述方程组及各方程的右边项 R_ψ 变量的详细情况请参见附录 A1 和 A2。

按照三时间层 SLSI 方案, 时间导数、时间平均以及空间平均算子的形式分别为

$$\begin{cases} \frac{D\psi}{Dt} = \frac{\psi(x, y, \xi, t + \Delta t) - \psi(x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - 2\mu\gamma, t - \Delta t)}{2\Delta t}, \\ \bar{\psi}' = \frac{1}{2} \{ (1 + \varepsilon)\psi(x, y, \xi, t + \Delta t) + (1 - \varepsilon)\psi(x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - 2\mu\gamma, t - \Delta t) \}, \\ \bar{\psi}^{\text{tra}} = \frac{1}{2} \{ (1 + \varepsilon)\psi(x, y, \xi, t) + (1 - \varepsilon)\psi(x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - 2\mu\gamma, t) \}, \end{cases} \quad (4)$$

它们说明了 SLSI 方案的基本特征, 即时间导数、时间平均以及空间平均都是沿轨迹进行的。\$|\varepsilon| < 1\$, 这种“中心偏离”的平均值计算方案有助于克服陡峭地形对计算稳定性的不利影响^[16]。

上述各式中的 \$(\alpha, \beta, \gamma)\$ 是轨迹中点到网格点 \$(x, y, \xi)\$ 的位移, 由如下公式迭代计算, 当前研究结果指出, 在模式计算中上述迭代只需进行两次即可^[10,15]。

$$\begin{cases} \alpha(x, y, \xi, t) = \Delta t U(x - \alpha, y - \beta, \xi - \mu\gamma, t), \\ \beta(x, y, \xi, t) = \Delta t V(x - \alpha, y - \beta, \xi - \mu\gamma, t), \\ \gamma(x, y, \xi, t) = \mu \Delta t W_\xi(x - \alpha, y - \beta, \xi - \mu\gamma, t). \end{cases} \quad (5)$$

将计算方案 (4) 式代入方程组 (2) 并将其展开, 可得到一组关于预报时刻变量的耦合方程组 (以下略去了变量的下标):

$$\begin{cases} U + (1 + \varepsilon)\Delta t RT^* \frac{\partial q'}{\partial x} = Q_U, \\ V + (1 + \varepsilon)\Delta t RT^* \frac{\partial q'}{\partial y} = Q_V, \\ w + (1 + \varepsilon)\Delta t RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - (1 + \varepsilon)\Delta t \frac{g}{T^*} T' = Q_w, \\ (1 - \alpha) \left[q' - (1 + \varepsilon)\Delta t \frac{g}{RT^*} w \right] + (1 + \varepsilon)\Delta t \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right] \\ + (1 + \varepsilon)\Delta t \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} = Q_q, \\ T' - \alpha T^* q' + (1 + \varepsilon)\Delta t \frac{\alpha g}{R} w = Q_T, \\ G_0 W_\xi - w = -\frac{Q_{W_\xi}}{(1 + \varepsilon)\Delta t}. \end{cases} \quad (6)$$

上述各式中的 \$Q_\psi\$ 变量的计算方案为

$$Q_\psi(x, y, \xi, t + \Delta t) = 2\Delta t \bar{R}_\psi^{\text{tra}} + P_\psi(x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - \mu 2\gamma, t - \Delta t), \quad (7)$$

其中, 各 \$P_\psi\$ 变量的定义请参见附录 A3。

利用消元法最终可得到一个关于变量 \$q'(x, y, \xi, t + \Delta t)\$ 的 Helmholtz 型的方程:

$$\begin{aligned} C_1 [(1 - \alpha) - (1 + \varepsilon)^2 (\Delta t)^2 RT^* \nabla^2] q' - (1 + \varepsilon)^2 (\Delta t)^2 RT^* D_2 [D_1(q')] \\ = F(x, y, \xi, x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - 2\mu\gamma, t, t - 2\Delta t), \end{aligned} \quad (8)$$

\$C_1\$ 为常数, \$D_1(\psi)\$、\$D_2(\psi)\$ 为线性算子:

$$C_1 = 1 + (1 + \epsilon)^2 (\Delta t)^2 \frac{\alpha g^2}{RT^*}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} D_1(\psi) = \frac{g_0}{G_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) - \frac{\alpha g}{RT^*} \psi, \\ D_2(\psi) = \left(\frac{g_0}{G_0} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{g(1-\alpha)}{RT^*} \psi, \end{cases} \quad (10)$$

强迫项 F 的计算公式请参见附录 A4。利用超松弛法对方程 (8) 进行求解可得到 $q'(x, y, \xi, t + \Delta t)$, 然后再将其代回到方程组 (6) 中就可逐次求出其余的预报变量。

这就是本模式的核心——最基本的动力学过程计算框架。

虽然本研究是针对中小尺度运动进行的, 但是, 从上述关于动力学过程计算框架的介绍中可以看到, 模式没有对控制方程组作任何修改, 这使得它具有广泛的适用性, 也为模式今后的发展奠定了基础。

2.2 “云物理过程”参数化方案

本研究的主要目的在于建立三维模式动力学框架, 因此, “云物理过程”参数化方案的选择是基于这样的考虑: 在能够描述风暴过程中主要的热力及动力过程机制的前提下尽可能简单。为此, 参考周晓平等^[4]的研究, 使用了与之类似的“云物理过程”参数化方案。其中考虑了如下因素: (1) 水物质的相态仅有水汽和液态水两种; (2) 液态水生成后将以一定的沉降速度脱离原气块; (3) 与水物质的相变过程相应的凝结潜热释放及液态水蒸发冷却; (4) 液态水的重力拖带影响。关于云的谱特性以及云、雨粒子之间的转化等复杂的过程则没有考虑。

考虑到本模式中方程组的形式, 关于水物质相变过程的计算方案参考了言穆弘等^[17]建立的“饱和差调整”计算方案。

虽然这种过于简化的方案会在关于风暴的模拟中产生一定的误差, 但是正如 Klemp 等^[1]所指出的, 当前的三维模拟都是以牺牲某些性能为代价的, 它们包括模式中关于物理过程的表达方案、分辨率等。周晓平等^[4]和王东海等^[18]指出, 这种参数化方案对于描述风暴过程中主要的热力及动力过程的机制已有相当高的准确性。

2.3 边界条件

下边界取自由边条件, 上边界处取“顶盖条件”, 即

$$W_\xi(x, y, \xi = 0, t) = 0, \quad (11)$$

$$\begin{cases} W_\xi(x, y, \xi = H, t) = 0, \\ w(x, y, \xi = H, t) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

为了防止这种刚壁条件对上传重力波的反射, 在模式的上边界附近设计了一个吸收层^[19], 其厚度取为模式总厚度的 $1/3$ 。当 2.1 节中动力学过程计算结束后, 对吸收层内的垂直速度进行如下调整:

$$\begin{cases} w_N = \beta_V(w)_{\text{top}} + (1 - \beta_V)(w_D) = (1 - \beta_V)(w_D), \\ W_{\xi N} = \beta_V(W_\xi)_{\text{top}} + (1 - \beta_V)W_{\xi D} = (1 - \beta_V)(W_{\xi D}), \end{cases} \quad (13)$$

An Atmospheric Model with Semi-Lagrangian and Semi-Implicit Eulerian Equations Preliminary Numerical Tests on Deep Convection

Chen Zeyu, Hu Yinqiao, Yan Muhong and Gao Youxi

(Lanzhou Institute of Plateau Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Abstract An efficiently three-dimensional numerical atmospheric model with a highly simplified "cloud micro-physics" parameterization scheme used to simulate deep moist convection is presented. It is based on Eulerian equations, and solved with the "Semi-Lagrangian and Semi-Implicit" time integration scheme. The authors performed a series numerical tests on deep convective motion. The results show that the model is capable of simulating the strongly convective motion in the atmosphere. It also shows that the numerical dispersion property of the SLSI scheme is pretty good, so the spatial characteristics of convective storm can well be preserved. All the results show that SLSI scheme is a highly efficient time integration scheme. It will play an important role in the improvement of numerical simulations of meso-to micro-scale motion in the atmosphere.

Key words: semi-Lagrangian semi-implicit; three-dimensional model; deep convection; efficiency; dispersion; numerical tests

附录 ξ 系中的欧拉方程组及一些辅助参数和变量的计算方案

A1 ξ 系中适合运用半隐式方案进行时间积分的欧拉方程组

欧拉方程组为

$$\frac{dU}{dt} + RT^* \frac{\partial q'}{\partial x} = fV - RT^* \frac{\partial q'}{\partial x} - RT \left(\frac{G_1}{G_0} \right) \left(\frac{\partial q'}{\partial \xi} \right) + D_x,$$

$$\frac{dV}{dt} + RT^* \frac{\partial q'}{\partial y} = -fU - RT^* \frac{\partial q'}{\partial y} - RT \left(\frac{G_2}{G_0} \right) \left(\frac{\partial q'}{\partial \xi} \right) + D_y,$$

$$\frac{dw}{dt} + RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - \frac{g}{T^*} T' = RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - \frac{RT}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} + D_z,$$

$$(1-\alpha) \left[\frac{dq'}{dt} - \frac{g}{RT^*} w \right] + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \left(\frac{g_0}{G_0} \right) \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} \\ = (F_1 U + F_2 V) - \left(\frac{1-g_0}{G_0} \right) \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T},$$

$$\frac{dT'}{dt} - \alpha T^* \frac{dq'}{dt} + \frac{\alpha g}{R} w = \frac{\alpha T'}{(1-\alpha)} \left\{ (F_1 U + F_2 V) - \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} \right. \\ \left. - \frac{1}{G_0} \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T} \right\} + \frac{L_H}{c_p},$$

$$G_0 W_\xi - w = (G_1 U + G_2 V),$$

$$p = \rho RT.$$

时间全导数的形式为

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left\{ U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right\} + W_\xi \frac{\partial}{\partial \xi}.$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = A + D, \quad (18)$$

平滑方案的形式为

$$\psi(t + \Delta t) - 2\Delta t D[\psi(t + \Delta t)] = \psi^*(t + \Delta t), \quad (19)$$

其中耗散算子的形式为

$$D[\psi(t + \Delta t)] = k \nabla^2 \psi(t + \Delta t), \quad (20)$$

耗散系数 K 按照如下方案确定^[22]:

$$K = \gamma t, \quad (21)$$

其中 t 为模式的积分时间, γ 为与模式的空间分辨率有关的常数 (其量纲为 m^2/s^2 , 以下试验中 $\gamma = 4.0$)。对于分辨率较粗的模式 γ 较大, 反之 γ 则较小。

对于单波解的情况, 可以得到平滑方案 (19) 式的衰减系数为

$$R(k, l) = [1 + 2\Delta t K(k^2 + l^2)]^{-1}, \quad (22)$$

其中, k, l 为各自方向上的波数。上式表明这是一种无条件稳定的格式。总体来说它的衰减是很弱的。例如, 对于二倍格距波, $k = l = 1/2\Delta x$, 将其代入 (22) 式可以得到其振幅衰减到其初值的一半所用的时间

$$t = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta x^2}{\Delta t}. \quad (23)$$

若取如下参数: $\Delta x = 1 \text{ km}$, $\Delta t = 20 \text{ s}$, $\gamma = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$, 可算出上述时间大约为 4 h。

模式的空间内插计算参照 McDonald^[23]介绍的各种高阶多项式内插方案, 采用了三阶 Lagrange 多项式内插方案。

3 深厚对流过程数值试验

为了对模式的基本性能, 诸如其描述基本物理过程的能力、时间积分的稳定性以及计算精度等进行检验, 在三维情况进行了一系列数值试验, 得到的结果是令人鼓舞的。下面介绍的是两组针对深厚对流过程而设计的数值试验, 在试验中均没有考虑地形、科里奥利效应等因素的影响。

3.1 “单体积云对流”试验

初始场由环境场和扰动场两部分组成, 满足静力平衡关系, 侧边界计算中考虑到积分时段仅为 2 h, 所以“嵌套变量”采用了不随时间变化的环境场变量。模式的水平格距为 $3 \text{ km} \times 3 \text{ km}$, 垂直格距为 1 km ; 水平范围为 $180 \text{ km} \times 180 \text{ km}$, 垂直方向为 20 层 (模式顶的高度为 20 km), 侧边界海绵区的宽度皆为 6 倍格距。

初始风场为静风环境。图 2 为环境温度层结及相对湿度层结。

初始扰动场为一个热泡。该热泡位于模式的水平中央处, 热泡中心位于 2 km 高度处, 水平和垂直扰动半径分别为 10 km 和 2 km , 扰动中心最大扰动温度为 2 K 。图 3

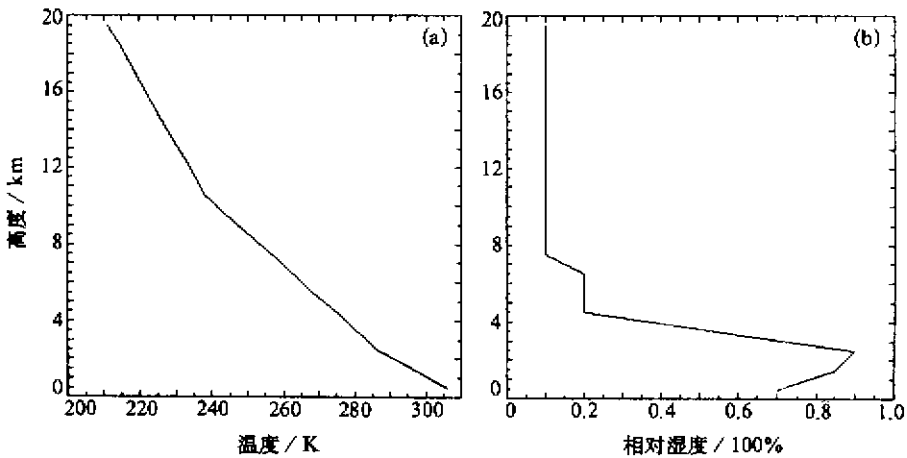


图2 初始环境 (a) 温度和 (b) 相对湿度层结

中给出的各种初始位温曲线进一步说明了层结的对流不稳定特征。

用 20 s 时间步长对模式进行了 120 min 的积分, 结果表明成功地模拟出了一个理想对称“单体对流积云”的形成、发展及消亡的过程。

图 4 是模式中最大上升速度的变化曲线, 该图显示当积分进行到第 18 min 时, 上升运动得到了强烈发展, 极值上升速度达 20 m/s, 对流过程稳定地维持了近 40 min 后逐渐消退。

为了说明对流单体的发展过程, 图 5 和图 6 分别给出了第 20 min 和第 40 min 时通过模式中心的 $x-z$ 垂直剖面上的各种变量的空间结构。图 5 和图 6 中的 (a) 图综合地描述了积云的形态, 结合 (b)、(c)、(d)、(e) 等图进一步详细地反映了对流积云中的相关环流结构。

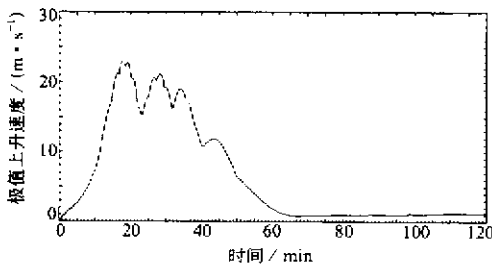


图4 时间步长为 20 s 时模式中极值上升速度的演变

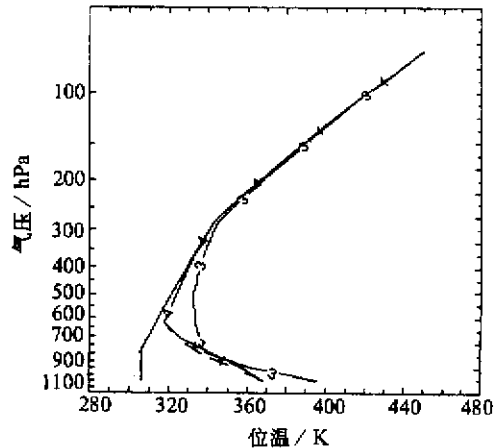


图3 初始位温层结

实线为环境位温, 虚线为环境相当位温, “3”线为环境饱和相当位温, “4”线为受热泡扰动后模式中心的相当位温

第 20 min 时已经形成了明显的单体结构, 其中有强烈的上升气流。在积云的发展阶段中一直维持着旺盛的对流, 凝结不断增加。图 6a 表明在成熟阶段云体的水平和垂直范围都有显著增长, 此时云顶已达到 9.5 km 的高度; 结合其他剖面还可以看到, 在 5.5 km 高度处有一个上升气流核, 5 km 以下为辐合区, 5 km 以上

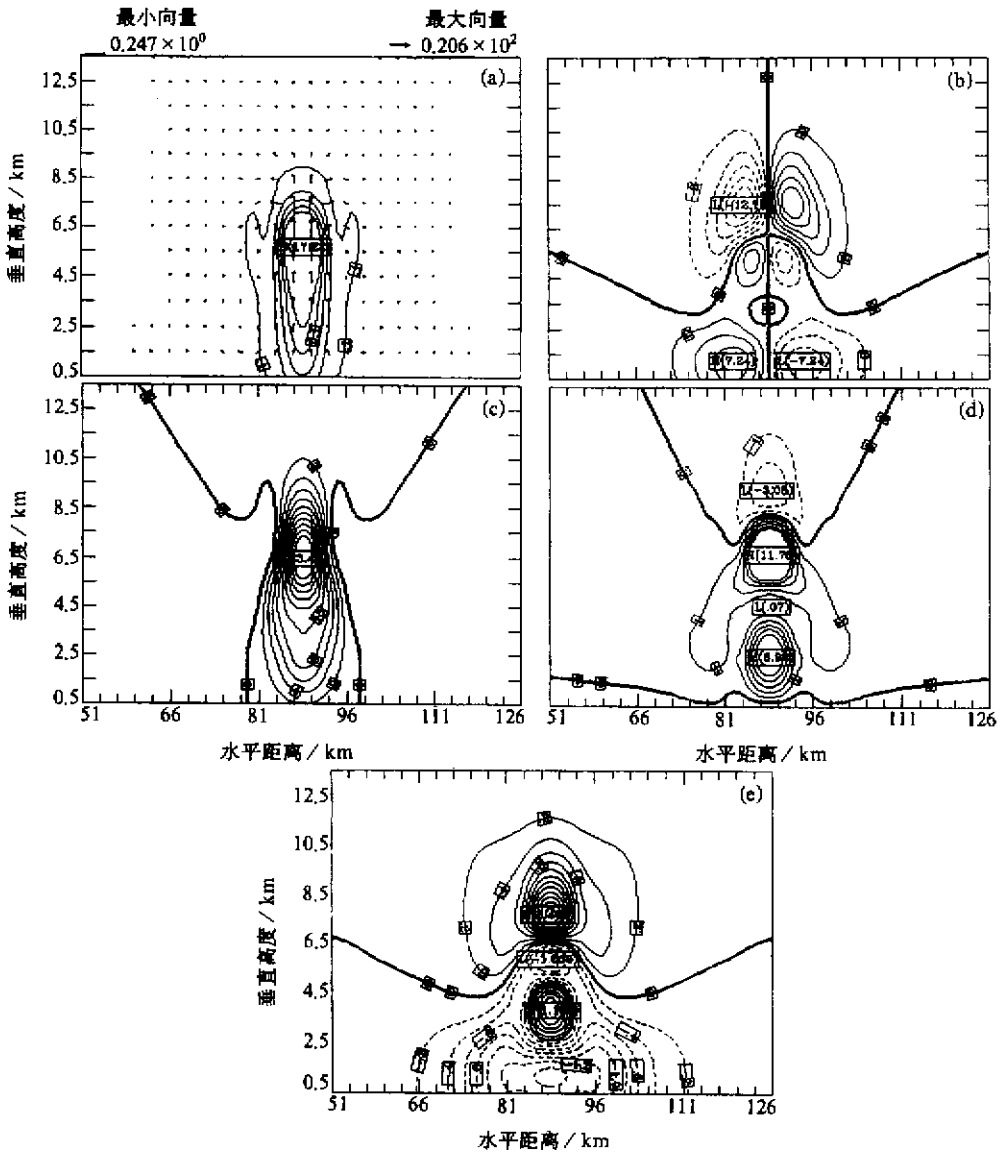


图5 第20 min时, 通过模式中心的x-z垂直剖面上各变量分布

- (a) 风矢 (m/s, 最大向量和最小向量尺度见图右上角和左上角) 和液态水等值线 (g/kg, 从 0.1 g/kg 到 8.1 g/kg, 间隔 2.0 g/kg);
- (b) 水平风速 (m/s, 从 -10.0 m/s 到 10.0 m/s, 间隔 2.0 m/s);
- (c) 垂直风速 (m/s, 从 -4.0 m/s 到 20.0 m/s, 间隔 2.0 m/s);
- (d) 相对于环境的扰动温度 (K, 从 -5.0 K 到 5.0 K, 间隔 1.0 K);
- (e) 相对于环境的扰动气压 (hPa, 从 -5.0 hPa 到 5.0 hPa, 间隔 0.2 hPa)

(即积云的中上部) 为辐散区, 这些都是促使对流旺盛发展的环流结构。图 6d 还表明积云中部的扰动温度达到正的 6 K, 该中心与上升气流核的位置有很好的对应关系, 这反映了凝结潜热对积云的加热作用。

结合第 20 min 时的图 5c 表明, 通过模拟得到了积云发展过程中出现的两种性质不

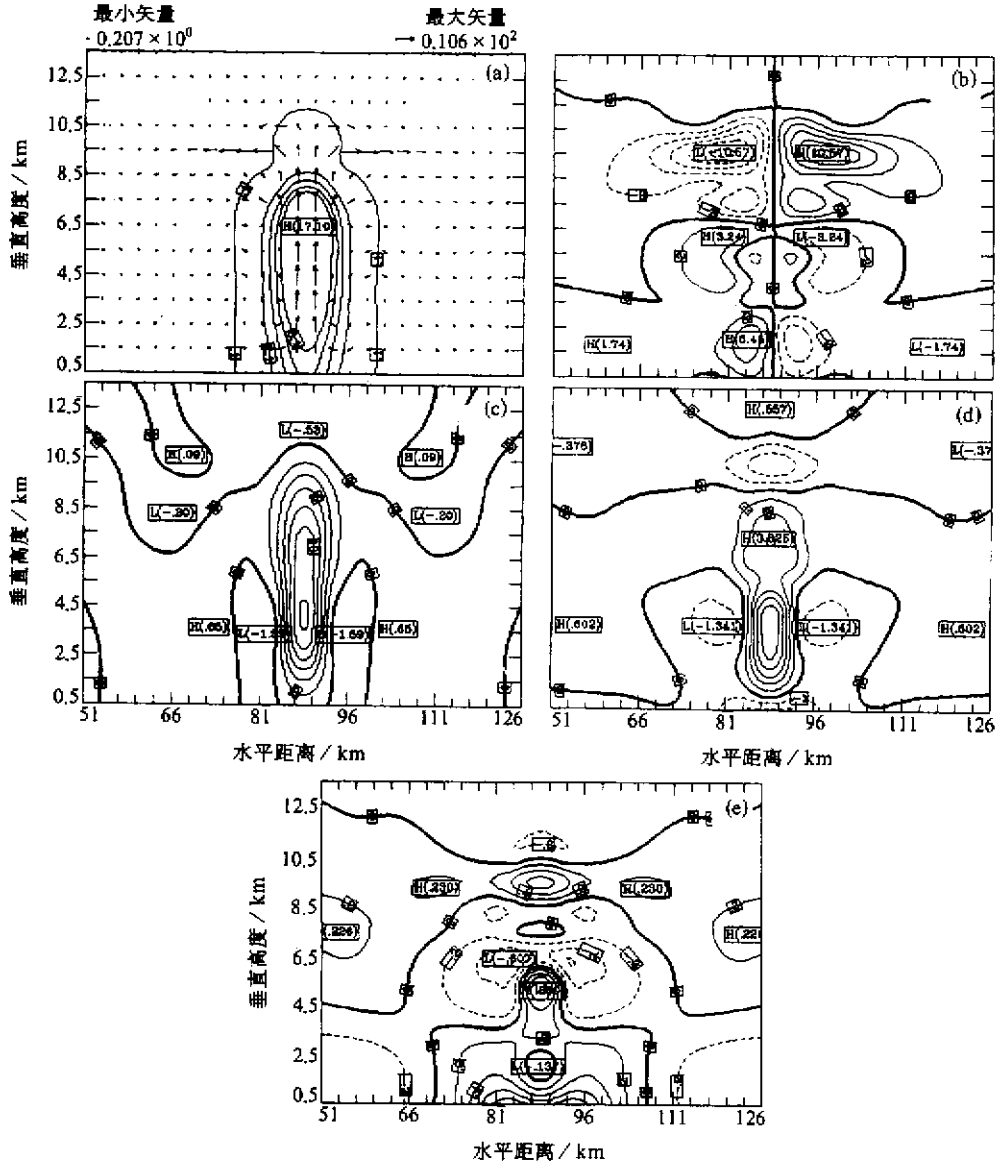


图6 第40 min时, 通过模式中心的x-z垂直剖面上各变量分布

- (a) 风矢 (m/s, 最大向量和最小向量尺度见图右上角和左上角) 和液态水等值线 (g/kg, 从 0.1 g/kg 到 8.1 g/kg, 间隔 2.0 g/kg);
- (b) 水平风速 (m/s, 从 -10.0 m/s 到 10.0 m/s, 间隔 2.0 m/s);
- (c) 垂直风速 (m/s, 从 -4.0 m/s 到 20.0 m/s, 间隔 2.0 m/s);
- (d) 相对于环境的扰动温度 (K, 从 -5.0 K 到 5.0 K, 间隔 1.0 K);
- (e) 相对于环境的扰动气压 (hPa, 从 -5.0 hPa 到 5.0 hPa, 间隔 0.2 hPa)

同的下沉运动。第 20 min 时, 上升区周围大范围的下沉区是补偿运动造成的; 但是, 第 40 min 时上升区周围的下沉运动则与从云中下落的液态水产生的拖曳有关。关于这一点可以从相应时刻位于正扰动温度中心周围的冷区的分布上得到验证。

模拟结果显示第 40 min 以后积云逐渐进入消散阶段。第 60 min 时, 对流层的中下部已完全被下沉气流控制, 此时仅在积云的顶部仍然还残留着小范围的上升。此后, 随着下沉运动逐渐控制全部对流层, 积云完全消散 (图略)。

试验中再现了对流积云发展过程中由于液水蒸发造成的云下冷堆、冷出流以及地面高压等现象。从上述各图中可以看到, 积云发展到第 40 min 时已出现明显的地面冷堆及冷高压, 此外, 当处于消散阶段时还有很明显的地面冷出流 (图略)。

通过检查各时刻的扰动气压场可以看到, 它们与运动场之间的对应关系是合理的, 这说明本模式的计算方案有效地克服了声波的干扰。

将上述结果与同类的工作^[1,18]进行对比表明有很好的一致性。

最后, 通过跟踪每时步的计算表明模式在时间积分效率方面有优越性。本文介绍的所有试验, 都是在浮点计算速度为 3 千万~5 千万次/s 的 ALPHA DEC 3000 工作站上进行的。当时间步长为 20 s 时, 完成本次 120 min 积分所用的实际计算机时间约 60 min, 其中每时步中 Helmholtz 方程求解需占用 2/3 的时间。

3.2 切变环境中强对流风暴发展——上升气流分离及水平涡对

为了进一步对模式进行检验, 在下面介绍的试验个例中使用了如图 7 所示的具有单向风速垂直切变的环境风场。在 4.5 km 以下, 风速从 0.5 km 高度处的 -5 m/s 线性地增加到 4.5 km 处的 5 m/s , 切变的强度为 $2.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 。模式的分辨率以及其他变量的初始场仍然与上述单体积云试验相同。使用 20 s 时间步长对模式进行了 120 min 的积分。试验结果表明, 模拟出了切变环境中强对流风暴发展中的一些主要特征。

首先, 反映极值上升速度随时间变化的图 8 表明在全部积分过程中一直维持着较强的上升运动, 说明在切变环境中风暴得到了维持。

在前 40 min 内风暴为单体形式。图 9 给出了该时刻模式不同高度上垂直速度的水平剖面以及通过模式中心的 $x-z$ 垂直剖面上各变量的分布。它们表明此刻风暴中仅有一个上升气流中心, 低层有明显的下沉运动, 主要的下沉中心顺着风切变方向出现在上升中心的前方, 其中的垂直剖面图说明在切变环境中液态水被带到云帖处然后下落到原来低层的入流处, 该状态描述了

风暴中上升气流即将分离的前兆。

此时刻以后模式输出的结果说明了风暴分裂的过程及其相关的环流结构。图 10 和图 11 分别为第 60 min 时不同高度垂直速度以及水平风场的水平剖面。

与图 9 中单体对流情况相比, 图 10 说明单体前部的下沉运动增强 (1.0 km

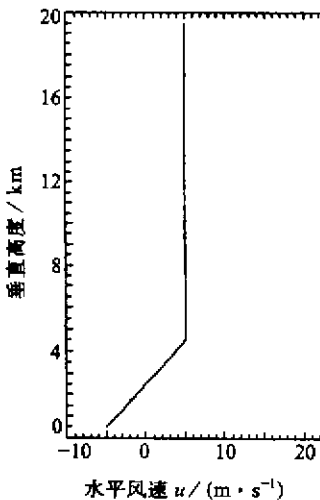


图 7 环境 (初始) 水平风速 u 廓线

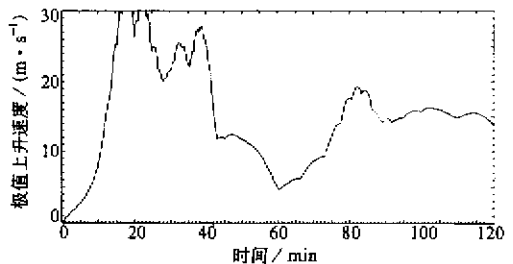


图 8 风暴中极值上升速度时变过程

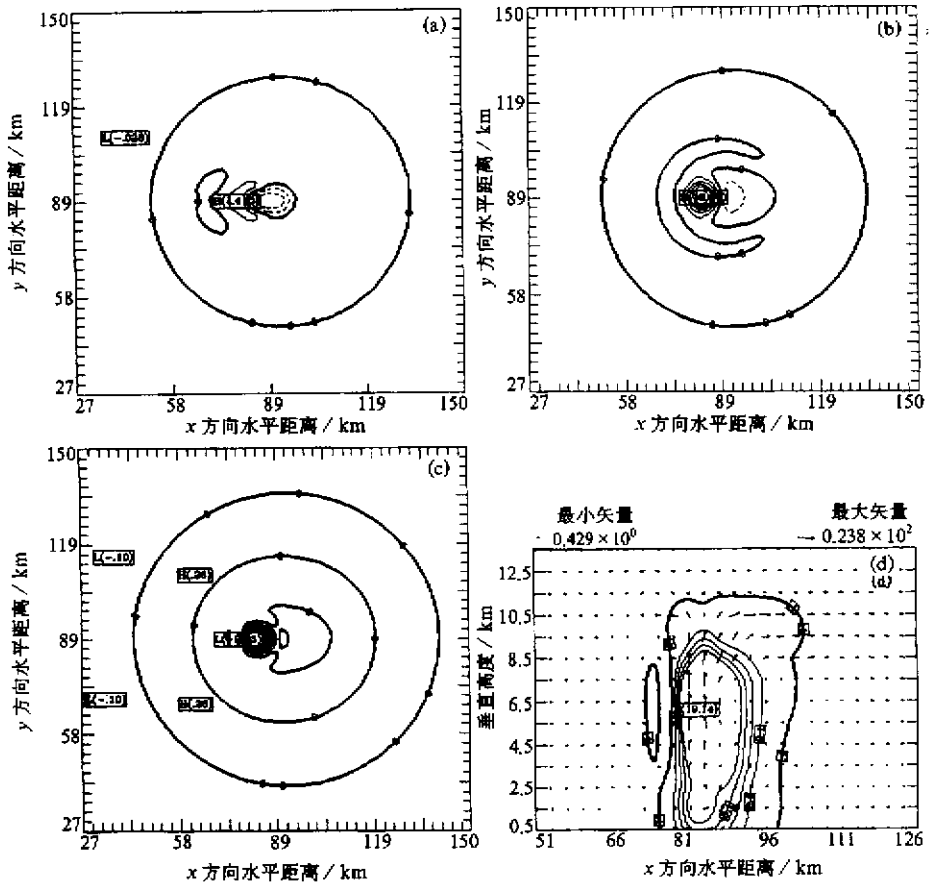


图9 第40 min时, 模式中(a) 1.0 km、(b) 4.0 km、(c) 7.0 km高度上垂直速度场(m/s, 等值线范围从-4.0 m/s到20.0 m/s, 间隔为2.0 m/s)水平剖面 and (d) 通过模式中心x-z垂直剖面上的风矢(m/s, 最大向量和最小向量尺度见图右上角和左上角)及液态水等值线(g/kg, 从0.1 g/kg到8.1 g/kg, 间隔2.0 g/kg)

高度上的最大下沉速度超过了-11 m/s), 上升运动显著地分离, 形成了两个独立的对流单体, 此即上升气流分离现象。各相应时刻的液态水水平剖面也说明了上述分离过程(图略)。这种风暴性质发生变化的过程与图8中的低谷是相符的。

此外, 模拟结果较好地刻画了风暴发展过程中出现在水平面上的涡对结构及其发展。详细的水平风场模拟结果表明第20 min时随着对流运动的发展, 已经在3.5 km高度上形成了涡对结构, 该时刻模式的低层还是与上升运动对应的辐合结构(图略)。图10进一步显示了当发展到成熟阶段时风暴中层的水平涡对和上层的环境风绕流等结构, 其中0.5 km高度上的水平风场说明此时地面为辐散的形势, 而这种模式底层向周围辐散的气流对分裂后风暴的新生有重要意义。

上述试验结果与当前关于切变环境中强风暴发展的观测研究结果^[24~27]以及概念模式^[28,29]能够很好地吻合。

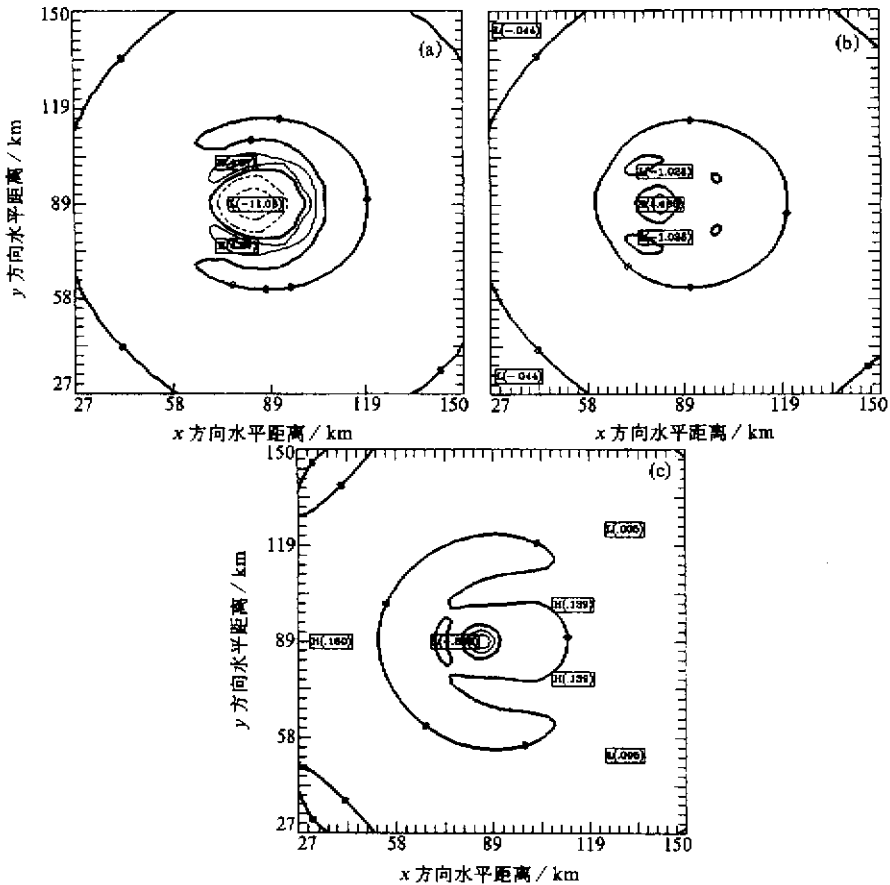


图 10 第 60 min 时模式中 (a) 1.0 km, (b) 4.0 km, (c) 7.0 km 高度上垂直速度场 (m/s), 等值线范围从 -4.0 m/s 到 20.0 m/s , 间隔为 2.0 m/s 水平剖面

另外, 本文介绍的所有试验中, 初始扰动的对称性在三维空间中均得到了很好地维持。这验证了 Kuo 和 Williams^[30] 的结论, 即 SLSI 方案有很好的数值频散性质, 更适合于处理存在强空间不连续性的过程。

4 结论

在本文中介绍了一个具有较高时间积分效率的弹性大气数值模式, 并利用其对大气中深厚对流过程进行了数值模拟试验, 得到的结果是令人鼓舞的。

通过“单体对流积云”试验模拟出了与积云的发展过程相对应的环流结构。在“切变环境中强对流风暴”试验中, 进一步模拟出了风暴发展过程中的上升气流分离以及相应的流场结构(如水平涡对等)等复杂现象及过程。

试验结果还表明, 动力学框架具有很好的稳定性, 能够实现高效率的时间积分, 它还具有较好的频散特性, 保证了空间计算的精度, 从而完好地描述了风暴的形态。

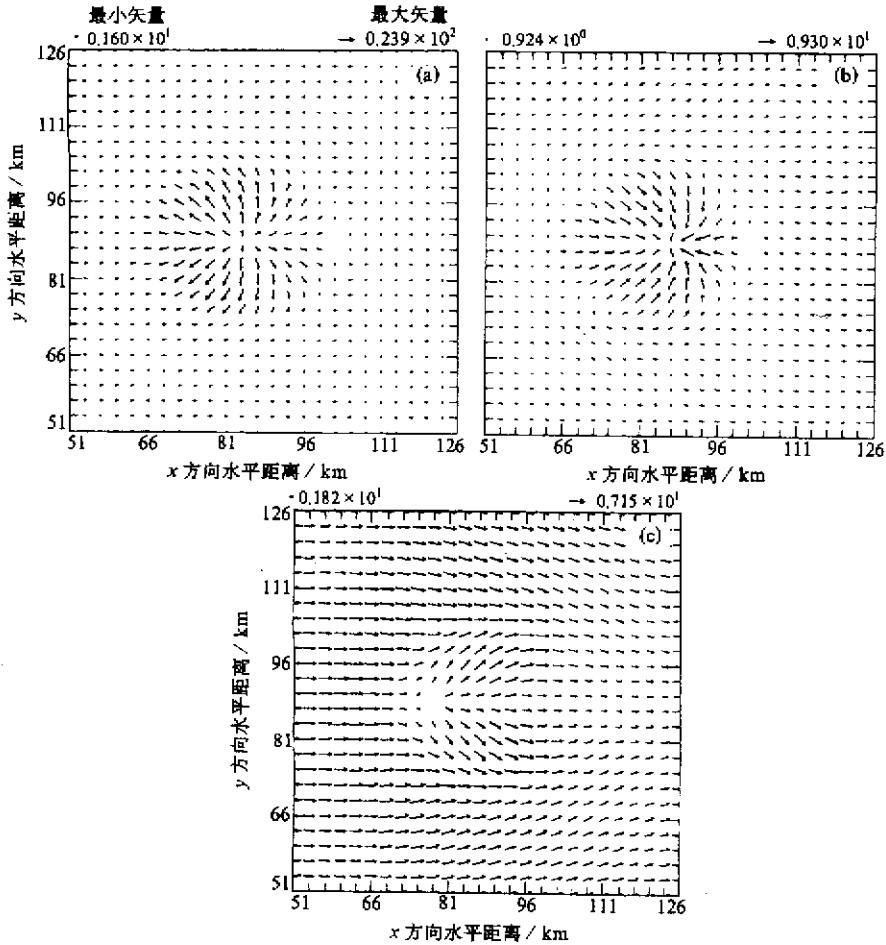


图 11 第 60 min 时模式中 (a) 0.5 km, (b) 3.5 km, (c) 6.5 km 高度上的水平风矢量场 (m/s), 最大向量和最小向量尺度分别见各图右上角和左上角 水平剖面

上述结果说明本模式已具备一定的模拟能力。此外, 模式的动力学计算框架不受大气运动尺度的影响, 因此它具有相当大的灵活性和适用性。

致谢: 本文是第一作者博士论文的一部分, 得到了中国科学院大气物理研究所周晓平研究员、吕达仁研究员、加拿大蒙特利尔大学 Dr. R Laprise 等的指导和关心, 对此第一作者表示衷心感谢。本论文的后期修改工作主要是在中国科学院大气物理研究所中层大气与全球环境探测开放实验室完成的, 第一作者对该实验室各位同仁所提供的帮助表示衷心感谢。

参 考 文 献

- 1 Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, The simulation of three-dimensional convective storm dynamics, *J. Atmos. Sci.*, 1978, 35, 1070~1096.
- 2 许焕斌、王思微, 三维可压缩大气中的云尺度模式, *气象学报*, 1990, 48(1), 80~90.
- 3 王谦、胡志晋, 三维弹性大气模式和实测强风暴的模拟, *气象学报*, 1990, 48(1), 91~101.
- 4 周晓平、王东海, 短时风暴数值预报模式研究, I: 模式的理论框架, *大气科学*, 1996, 20(1), 1~11.

- 5 胡志晋、邹光源, 大气非静力平衡和弹性适应, 中国科学(B), 1991, No. 5, 550~560.
- 6 孔凡铀、黄美元、徐华英, 对流云中冰相过程的三维数值模拟, I: 模式建立及冷云参数化, 大气科学, 1990, 14(4), 441~453.
- 7 刘玉宝、周秀骥、胡志晋, 三维弹性套网格中尺度(β - γ)大气模式, 气象学报, 1993, 51(3), 369~379.
- 8 Robert, A., A stable numerical integration scheme for the primitive meteorological equations, *Atmos. Ocean*, 1981, 19, 680~689.
- 9 Robert, A., A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for the primitive meteorological equations, *J. Meteor. Soc. Japan*, 1982, 60, 319~325.
- 10 Tanguay, M., A. Robert and R. Laprise, A semi-implicit semi-Lagrangian fully compressible regional forecast model, *Mon. Wea. Rev.*, 1990, 118, 1970~1980.
- 11 Robert, A., Bubble convection experiments with a semi-implicit formulation of the Euler equations, *J. Atmos. Sci.*, 1993, 50, 1865~1873.
- 12 Pinty, J. P., R. Benoit, E. Richard and R. Laprise, Simple tests of a semi-implicit semi-Lagrangian model on 2D mountain wave problems, *Mon. Wea. Rev.*, 1995, 123, 3042~3058.
- 13 Wiin-Nielsen, A., On the application of trajectory methods in numerical forecasting, *Tellus*, 1959, 11, 180~196.
- 14 Krishnamurti, T. N., Numerical integration of primitive equations by a quasi-Lagrangian advective scheme, *J. Appl. Meteor.*, 1962, 1, 508~521.
- 15 Robert, A., T. L. Yee and H. Ritchie, A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for multilevel atmospheric models, *Mon. Wea. Rev.*, 1985, 113, 388~394.
- 16 Tanguay, M., E. Yakimiw, H. Ritchie and A. Robert, Advantages of spatial averaging in semi-implicit semi-Lagrangian schemes, *Mon. Wea. Rev.*, 1992, 120, 113~123.
- 17 言穆弘、郭昌明、葛正谟, 积云动力和电过程二维模式研究, I: 理论和模式, 地球物理学报, 1996, 39(增刊), 52~63.
- 18 王东海、周晓平, 短时风暴数值预报模式研究, II: 模式的基础试验结果, 大气科学, 1996, 20(3), 279~289.
- 19 Klemp, J. B. and D. R. Durran, An upper boundary condition permitting internal gravity wave radiation in numerical mesoscale models, *Mon. Wea. Rev.*, 1983, 111, 430~444.
- 20 颜宏, 单向影响嵌套侧边界处理技术的研究, (一) 研究现状和C型跳点网格模式侧边界方案的设计, 高原气象, 1987, 6(2)(增刊), 192~204.
- 21 Robert, A. and E. Yakimiw, Identification and elimination of an inflow boundary computational solution in limited area model integrations, *Atmos. Ocean*, 1986, 24(4), 369~385.
- 22 Jakimow, G., E. Yakimiw and A. Robert, An implicit formulation for horizontal diffusion in grid-point models, *Mon. Wea. Rev.*, 1992, 120, 124~130.
- 23 McDonald, A., Accuracy of multiply-upstream semi-Lagrangian advective scheme, II, *Mon. Wea. Rev.*, 1987, 115, 1446~1450.
- 24 Achtemeier, G. L., Doppler velocity and reflectivity morphology of a severe left moving split thunderstorm, *Prepr. Radar Meteor. Conf., 16th, Huston, Tex.*, 1975, 93~98.
- 25 Bluestein, H. B. and C. J. Sohl, Some observations of a splitting severe thunderstorm, *Mon. Wea. Rev.*, 1979, 107, 861~873.
- 26 Fujita, T. and H. Grandoso, Split of a thunderstorm into anticyclonic and cyclonic storms and their motion as determined from numerical model experiments, *J. Atmos. Sci.*, 1968, 25, 416~439.
- 27 Knupp, K. R. and W. R. Cotton, An intense, quasi-steady thunderstorm over mountainous terrain, Part2: Doppler radar observations of the storm morphological structure, *J. Atmos. Sci.*, 1982, 39, 343~385.
- 28 Rotunno, R., On the evolution of thunderstorm rotation, *Mon. Wea. Rev.*, 1981, 108, 577~586.
- 29 Klemp, J. B., Dynamics of tornadic thunderstorms, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1987, 19, 369~402.
- 30 Kuo, H. C. and R. T. Williams, Semi-Lagrangian solution to the invicid Bergers equation, *Mon. Wea. Rev.*, 1990, 118, 1278~1288.

An Atmospheric Model with Semi-Lagrangian and Semi-Implicit Eulerian Equations Preliminary Numerical Tests on Deep Convection

Chen Zeyu, Hu Yinqiao, Yan Muhong and Gao Youxi

(Lanzhou Institute of Plateau Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Abstract An efficiently three-dimensional numerical atmospheric model with a highly simplified "cloud micro-physics" parameterization scheme used to simulate deep moist convection is presented. It is based on Eulerian equations, and solved with the "Semi-Lagrangian and Semi-Implicit" time integration scheme. The authors performed a series numerical tests on deep convective motion. The results show that the model is capable of simulating the strongly convective motion in the atmosphere. It also shows that the numerical dispersion property of the SLSI scheme is pretty good, so the spatial characteristics of convective storm can well be preserved. All the results show that SLSI scheme is a highly efficient time integration scheme. It will play an important role in the improvement of numerical simulations of meso-to micro-scale motion in the atmosphere.

Key words: semi-Lagrangian semi-implicit; three-dimensional model; deep convection; efficiency; dispersion; numerical tests

附录 ξ 系中的欧拉方程组及一些辅助参数和变量的计算方案

A1 ξ 系中适合运用半隐式方案进行时间积分的欧拉方程组

欧拉方程组为

$$\frac{dU}{dt} + RT^* \frac{\partial q'}{\partial x} = fV - RT^* \frac{\partial q'}{\partial x} - RT^* \left(\frac{G_1}{G_0} \right) \left(\frac{\partial q'}{\partial \xi} \right) + D_x,$$

$$\frac{dV}{dt} + RT^* \frac{\partial q'}{\partial y} = -fU - RT^* \frac{\partial q'}{\partial y} - RT^* \left(\frac{G_2}{G_0} \right) \left(\frac{\partial q'}{\partial \xi} \right) + D_y,$$

$$\frac{dw}{dt} + RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - \frac{g}{T^*} T' = RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - \frac{RT}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} + D_z,$$

$$(1-\alpha) \left[\frac{dq'}{dt} - \frac{g}{RT^*} w \right] + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \left(\frac{g_0}{G_0} \right) \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} \\ = (F_1 U + F_2 V) - \left(\frac{1-g_0}{G_0} \right) \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T},$$

$$\frac{dT'}{dt} - \alpha T^* \frac{dq'}{dt} + \frac{\alpha g}{R} w = \frac{\alpha T'}{(1-\alpha)} \left\{ (F_1 U + F_2 V) - \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} \right. \\ \left. - \frac{1}{G_0} \frac{\partial (G_0 W_\xi)}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T} \right\} + \frac{L_H}{c_p},$$

$$G_0 W_\xi - w = (G_1 U + G_2 V),$$

$$p = \rho RT.$$

时间全导数的形式为

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left\{ U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right\} + W_\xi \frac{\partial}{\partial \xi}.$$

上述各方程中, $w_\xi = d\xi/dt$ 是与 ξ 系对应的“垂直速度”; $q = \ln(p/p_0)$, ($p_0 = 1000$ hPa); p 为气压; u, v, w, T 以及 f, D_x, D_y, D_ξ 均为常用气象变量及符号; L_H 为单位质量大气的加热率; 参数 $\alpha = R/c_p$, R 和 c_p 分别为大气的理想气体常数和定压比热。上标“*”和“'”分别表示参考态以及相对于参考态的偏差部分, 即 $A = A^* + A'$ 。参照当前研究, 模式的参考态为满足静力平衡的正压等温状态^[23,26,28,30], 即 T^* 和 q^* 之间满足关系

$$\frac{\partial q^*(x, y, \xi)}{\partial \xi} = -\frac{gG_0(x, y, \xi)}{RT^*},$$

g_0, G_0, G_1, G_2, F_1 及 F_2 分别是与坐标变换有关的一组“度量参数”, 其定义如下:

$$\begin{aligned} g_0 &= \frac{H - h_0(x, y)}{H}, & G_0 &= g_0 \left(\frac{d\xi}{d\xi} \right), \\ G_1 &= -\frac{H - \xi}{H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)_z, & G_2 &= -\frac{H - \xi}{H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial y} \right)_z, \\ F_1 &= \frac{1}{g_0 H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial x} \right)_z, & F_2 &= \frac{1}{g_0 H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial y} \right)_z. \end{aligned}$$

A2 R_ψ “变量”的定义

$$\begin{aligned} R_U &= fV - RT \frac{\partial q'}{\partial x} - RT \frac{G_1}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial U}{\partial \xi} + D_x, \\ R_V &= -fU - RT \frac{\partial q'}{\partial y} - RT \frac{G_2}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial V}{\partial \xi} + D_y, \\ R_w &= RT \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - \frac{RT}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} - (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial w}{\partial \xi} + D_z, \\ R_q &= (F_1 U + F_2 V) - \frac{1 - g_0}{G_0} \frac{\partial(G_0 W_\xi)}{\partial \xi} - (1 - \mu)(1 - \alpha) W_\xi \frac{\partial q'}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T}, \\ R_T &= \frac{\alpha T'}{(1 - \alpha)} \left\{ (F_1 U + F_2 V) - \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right] - \frac{1}{G_0} \frac{\partial(G_0 W_\xi)}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p T} \right\} \\ &\quad - (1 - \mu) W_\xi \frac{\partial(T' - \alpha T^* q')}{\partial \xi} + \frac{L_H}{c_p}, \\ R_{W_\xi} &= -(G_1 U + G_2 V). \end{aligned}$$

A3 P_ψ “变量”的定义

$$\begin{aligned} P_U &= U - (1 - \varepsilon) \Delta t RT^* \frac{\partial q'}{\partial x}, \\ P_V &= V - (1 - \varepsilon) \Delta t RT^* \frac{\partial q'}{\partial y}, \\ P_w &= w - (1 - \varepsilon) \Delta t RT^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial \xi} + (1 - \varepsilon) \Delta t \frac{g}{T^*} T', \\ P_q &= (1 - \alpha) \left[q' + (1 - \varepsilon) \Delta t \frac{g}{RT^*} w \right] - (1 - \varepsilon) \Delta t \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right] \\ &\quad - (1 - \varepsilon) \Delta t \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial(G_0 W_\xi)}{\partial \xi}, \\ P_T &= T' - \alpha T^* q' - (1 - \varepsilon) \Delta t \frac{\alpha g}{R} w, \\ P_{W_\xi} &= -(1 - \varepsilon) \Delta t (w - G_0 W_\xi). \end{aligned}$$

A4 强迫项 F 的计算

$$F(x, y, \xi, x - 2\alpha, y - 2\beta, \xi - 2\mu\gamma, t, t - 2\Delta t) = C_1 A_4 - (1 + \varepsilon)\Delta t D_2(A_3).$$

上式取决于如下一组 A_i 变量:

$$A_1 = Q_g - (1 + \varepsilon)\Delta t \left[\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y} \right) \right],$$

$$A_2 = Q_w + (1 + \varepsilon)\Delta t \frac{g}{T^*} Q_T,$$

$$A_3 = A_2 - \frac{Q_{w\ell}}{(1 + \varepsilon)\Delta t} C_1,$$

$$A_4 = A_1 + \frac{(1 - a)g}{RT^*} Q_{w\ell}.$$